

文章编号:1006-8244(2020)02-017-07

基于 Bicycle Model 和 3 DOF Model 的车辆行驶平顺性和操纵稳定性分析

Analysis of Vehicle Driving Smoothness and Operation Stability Based on Bicycle Model and 3 DOF Model

罗来军 陈 博

(联创汽车电子有限公司,上海 201206)

Luo Laijun Chen Bo

(DIAS Automotive Electronic Systems Co., Ltd.,
Shanghai 201206, China)

[摘要]在进行 EPS 功能开发的过程中,需要深入地了解车辆系统动力学以便从更科学合理的层面研究被控对象从而有效开发 EPS 的各基本功能和高级功能。本文从车辆系统动力学的研究角度进行车辆行驶平顺性和操纵稳定性分析,为 EPS 功能开发做铺垫。

[Abstract]In the process of developing EPS function, it is necessary to have an in-depth understanding of vehicle system dynamics in order to study the controlled object and effectively develop EPS basic and advanced functions from a more scientific and reasonable level. Therefore, from the perspective of vehicle system dynamics, this paper conducted the analysis of vehicle ride smoothness and control stability, laying the foundation for the development of EPS function.

关键词:力学 EPS 基本功能 高级功能 行驶平顺性 操纵稳定性

Key words: system dynamics EPS basic functions advanced features ride comfort handling stability

中图分类号:TP391.4

文献标识码:B

0 引言

EPS 广泛应用于各类市场车型,当前,市场对 EPS 的功能开发标准要求越来越高,对性能的要求也越来越严格,要求带有 EPS 配置的汽车,要拥有较高标准的行驶平顺性和操纵稳定性。本文基于 Bicycle Model 和 3 DOF Model 对车辆行驶平顺性和操纵稳定性进行系统动力学建模并分析,旨在对整车有更深入的了解,为更好地 EPS 功能开发打下基础。

1 悬架相关计算

1.1 计算前悬架刚度

悬架和轮胎弹簧上的质量能够在垂直方向上

运动。悬架和轮胎弹簧串联的有效刚度称为“弹簧刚度”,确定为:

$$RR = \frac{K_s K_t}{K_s + K_t} \quad (1)$$

在无阻尼的情况下,车辆每个转角的反弹固有频率可以由以下公式得到:

$$f_n = 0.159 \sqrt{\frac{RR}{W/g}} \quad (2)$$

f_n 为前悬架的固有频率、 W 为整备重量、 g 为重力加速度。

对于前弹簧:

$$W_f/g = \frac{bM}{2l} \quad (3)$$

其中: M 为整备质量、 b 为前轴到重心的距离、 l

为轴距、 W_{f_1} 为前轴载重^[1]。

本文建模中, $M=1000$ kg, $b=1.3$ m, $l=2.5$ m, $f_n=1$ Hz, $K_t=150000$ N/m, 求解得出前悬架刚度 $K_s=9864.68$ N/m。

1.2 计算后悬架刚度

对于后悬架:

$$W_{f_2}/g = \frac{aM}{2l} \quad (4)$$

其中: W_{f_2} 为后轴载重; a 为后轴到重心的距离; 设 $a=1.2$ m, $l=2.5$ m, $f_n=1.2$ Hz, $K_t=150000$ N/m, 则计算后悬架刚度 $K_s=13402.62$ N/m。

1.3 计算等效扭转刚度

设 $h_1=0.75$ m, $h_2=0.25$ m, $m_s=900$ kg, 则总的扭转刚度为:

$$K_t=54984.12 \text{ N/m}$$

又:

$$k_t = \frac{1}{2} T_s^2 k_{s|f} + \frac{1}{2} T_s^2 k_{s|r} + k_{t_{\text{reb}},f} + k_{t_{\text{reb}},r} \quad (5)$$

其中, $k_{s|f}=9864.68$ N/m, $k_{s|r}=13402.62$ N/m。

又设 $k_{t_{\text{reb}},r}=0$, $T_s=1.3$ m, 则计算等效扭转刚度为:

$$k_{t_{\text{reb}},f}=35323.25 \text{ Nm}$$

1.4 悬架滚动阻尼的计算

$$c_t = \frac{1}{2} T_{CS}^2 c_{s|f} + \frac{1}{2} T_{CS}^2 c_{s|r} \quad (6)$$

其中, $T_{CS}=1.3$ m, $c_{s|f}=\frac{920 \text{ N}}{\text{m/s}}$, $c_{s|r}=1050$ kg/s, 计算得悬架滚动阻尼 $C_t=1580.15$ Nms。

2 车辆操稳平顺性动态方程解析

2.1 Linear Bicycle Model

2.1.1 模型动态方程推导

Linear Bicycle Model 在状态空间形式下的方程, 数学模型表示为^[1]:

$$\sum F_y = m(\dot{v} + ur) \quad (7)$$

$$\sum M_Z = I_Z \dot{r} \quad (8)$$

$$F_{yR} + F_{yF} = m(\dot{v} + ur) \quad (9)$$

$$F_{yF}a - F_{yR}b = I_Z \dot{r} \quad (10)$$

胎压模型:

$$F_{yF} = C_{aF} * \alpha_F \quad (11)$$

$$F_{yR} = C_{aR} * \alpha_R \quad (12)$$

$$\alpha_F = \delta - \frac{v_F}{u_F} = \delta - \frac{v + ar}{u} \quad (13)$$

$$\alpha_R = 0 - \frac{v_R}{u_R} = -\frac{v - br}{u} \quad (14)$$

因此, Linear Bicycle Model 可表示为:

$$\dot{v} = \left(-\frac{C_{aF} + C_{aR}}{um} \right) v - \left(\frac{aC_{aF} - bC_{aR}}{um} + u \right) r + \frac{C_{aF}}{m} \delta \quad (15)$$

$$\dot{r} = \left(-\frac{aC_{aF} - bC_{aR}}{uI_Z} \right) v - \left(\frac{a^2 C_{aF} + b^2 C_{aR}}{uI_Z} \right) r + \frac{aC_{aF}}{I_Z} \delta \quad (16)$$

即:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_{aF} + C_{aR}}{um} & -\left(\frac{aC_{aF} - bC_{aR}}{um} + u \right) \\ -\frac{aC_{aF} - bC_{aR}}{uI_Z} & -\left(\frac{a^2 C_{aF} + b^2 C_{aR}}{uI_Z} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{aF}}{m} \\ \frac{aC_{aF}}{I_Z} \end{bmatrix} \delta \quad (17)$$

2.1.2 过度转向系数的计算

基于稳态横摆响应的 2 自由度整车动力学模型的过度转向系数计算如下:

过度转向系数^[2]:

$$k_{us} = \frac{-m(aC_{aF} - bC_{aR})}{lC_{aF}C_{aR}} \quad (18)$$

$$C_{aR} = 2C_{\alpha_{sr}}, \quad C_{aF} = 2C_{\alpha_{sr}} \quad (19)$$

$$k_{us} = \frac{-1000 \times (1.2 \times 50000 - 1.3 \times 50000)}{2.5 \times 50000 \times 50000} =$$

$$0.0008 \text{ rad} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.0008 \times \left(\frac{180}{\pi} \right) \times 9.807 =$$

$$0.44951976774783865667100760340954 \text{ deg/g}$$

2.1.3 劳斯车辆稳定性标准

劳斯车辆稳定性标准把车辆运动状态分为以下三种情况: 不足转向 US(under steer), 转向适中 NS(neutral steer), 过度转向 OS(over steer)^[3-5]。

稳定状态判断如下^[6]:

$$a_0, a_1 \geq 0$$

$$s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

$$s^2 + \frac{1}{u} \left[\frac{a^2 C_{aF} + b^2 C_{aR}}{I_Z} + \frac{C_{aF} + C_{aR}}{m} \right] s +$$

$$\frac{1}{mI_Z} \left[\frac{I^2 C_{aF} C_{aR}}{u^2} - m(aC_{aF} - bC_{aR}) \right] = 0$$

If: $k_{us} > 0$ Under Steer Vehicle;

If: $k_{us} = 0$ Neutral Steer Vehicle;

If: $k_{us} < 0$ Over Steer Vehicle.

Under Steer Vehicle: $k_{us} > 0$; Neutral Steer Vehicle: $k_{us} = 0$

$$1 + k_{us} u^2 > 0$$

车辆一直是稳定的。

2.1.4 Linear Bicycle Model 中偏航速度增益与车

速的关系

偏航速度增益:

$$\frac{r_{ss}}{\delta} = \frac{u}{l + k_{us}u^2} \quad (20)$$

其中, $u = \frac{20m}{s}$, $k_{us} = 0.0008 \text{rad} \times \frac{m}{s^2}$ 。

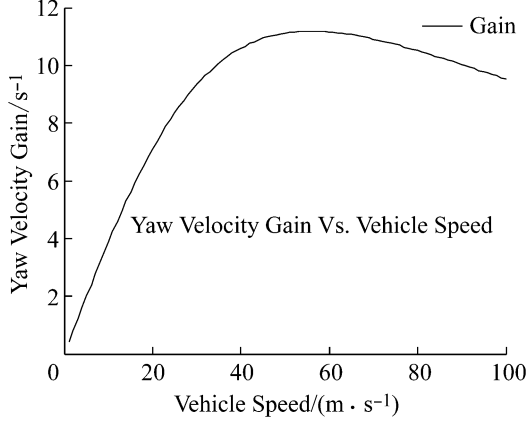


图 1 偏航速度增益与车速的对比

Fig. 1 Yaw velocity gain vs. vehicle speed

偏航速度增益随着车速的增加而增大,当车速达到 55 m/s 时,速度增益随车速的增加而减小。最大偏航速度增益可以达到 10.6 s^{-1} 。

2.2 Linear 3 DOF Model

横向、偏航和纵向运动方程如下:

$$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} = M(\dot{v} + ur) \quad (21)$$

$$a(F_{y1} + F_{y3}) - b(F_{y2} + F_{y4}) = I_z \dot{r} \quad (22)$$

$$I_{sx} \ddot{\phi} + C_t \dot{\phi} + (K_t - m_s g h') \phi = -m_s h' (\dot{v} + ur) \quad (23)$$

总前轴侧向力为:

$$F_{yf} = C_{af} \alpha_f + C_{\gamma f} \gamma_f \quad (24)$$

$$\alpha_f = \delta_{f, total} - \frac{v + ar + \dot{\phi} K_{SCRB, f}}{u} \quad (25)$$

$$\delta_{f, total} = \delta_{driver} + \phi K_{SBR, f} \quad (26)$$

$$\gamma_f = (\gamma_1 - \gamma_3) + \phi K_{CBR, f} \xrightarrow{\gamma_1 = \gamma_3} \gamma_f = \phi K_{CBR, f} \quad (27)$$

$$F_{yf} = C_{af} \left(\delta_{driver} + \phi K_{SBR, f} - \frac{v + ar + \dot{\phi} K_{SCRB, f}}{u} \right) + C_{\gamma f} \phi K_{CBR, f} \quad (28)$$

总后轴侧向力为:

$$F_{yr} = C_{or} \alpha_r + C_{\gamma r} \gamma_r \quad (29)$$

$$\alpha_r = \delta_{r, total} - \frac{v - br + \dot{\phi} K_{SCRB, r}}{u} \quad (30)$$

$$\delta_{r, total} = \phi K_{SBR, r} \quad (31)$$

$$\gamma_r = (\gamma_2 - \gamma_4) + \phi K_{CBR, f} \xrightarrow{\gamma_2 = \gamma_4} \gamma_r = \phi K_{CBR, r} \quad (32)$$

$$F_{yr} = C_{or} \left(\phi K_{SBR, r} - \frac{v - br + \dot{\phi} K_{SCRB, r}}{u} \right) + C_{\gamma r} \phi K_{CBR, r} \quad (33)$$

$$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} = 2F_{yf} + 2F_{yr} \quad (34)$$

$$F_{y1} + F_{y3} = 2F_{yf} \quad F_{y2} + F_{y4} = 2F_{yr} \quad (35)$$

因此,得到方程式如下:

$$2 \left[C_{af} \left(\delta_{driver} + \phi K_{SBR, f} - \frac{v + ar + \dot{\phi} K_{SCRB, f}}{u} \right) + C_{\gamma f} \phi K_{CBR, f} \right] + 2 \left[C_{or} \left(\phi K_{SBR, r} - \frac{v - br + \dot{\phi} K_{SCRB, r}}{u} \right) + C_{\gamma r} \phi K_{CBR, r} \right] = M(\dot{v} + ur) \quad (36)$$

$$2a \left[C_{af} \left(\delta_{driver} + \phi K_{SBR, f} - \frac{v + ar + \dot{\phi} K_{SCRB, f}}{u} \right) + C_{\gamma f} \phi K_{CBR, f} \right] - 2b \left[C_{or} \left(\phi K_{SBR, r} - \frac{v - br + \dot{\phi} K_{SCRB, r}}{u} \right) + C_{\gamma r} \phi K_{CBR, r} \right] = I_z \dot{r} \quad (37)$$

$$I_{sx} \ddot{\phi} + C_t \dot{\phi} + (K_t - m_s g h') \phi = -m_s h' (\dot{v} + ur) \quad (38)$$

得到线性 3 自由度在状态空间形式下的解析式为:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2C_{af}}{M} \\ \frac{2aC_{af}}{I_z} \\ 0 \\ -\frac{2m_s h' C_{af}}{MI_{sx}} \end{bmatrix} \delta_{driver} \quad (39)$$

其中:

$$a_{11} = -\frac{2C_{af} + 2C_{or}}{uM} \quad (40)$$

$$a_{12} = -\left(\frac{2aC_{af} - 2bC_{or}}{uM} + u \right) \quad (41)$$

$$a_{13} = \frac{2C_{af} K_{SBR, f} + 2C_{\gamma f} K_{CBR, f} + 2C_{or} K_{SBR, r} + 2C_{\gamma r} K_{CBR, r}}{M} \quad (42)$$

$$a_{14} = -\frac{2C_{af} K_{SCRB, f} + 2C_{or} K_{SCRB, r}}{uM} \quad (43)$$

$$a_{21} = -\frac{2aC_{af} - 2bC_{or}}{uI_z} \quad (44)$$

$$a_{22} = -\left(\frac{2a^2 C_{af} + 2b^2 C_{or}}{uI_z} \right) \quad (45)$$

$$a_{23} =$$

$$\frac{2aC_{af}K_{SBR,f} + 2aC_{\gamma f}K_{CBR,f} - 2bC_{ar}K_{SBR,r} - 2bC_{\gamma r}K_{CBR,r}}{I_Z} \quad (46)$$

$$a_{24} = -\frac{2aC_{af}K_{SCBR,f} - 2bC_{ar}K_{SCBR,r}}{uI_Z} \quad (47)$$

$$a_{43} = -\frac{m_s h' (2C_{af}K_{SBR,f} + 2C_{\gamma f}K_{CBR,f} + 2C_{ar}K_{SBR,r} + 2C_{\gamma r}K_{CBR,r}) + M(K_t - m_s g h')}{MI_{sx}} \quad (50)$$

$$a_{44} = \frac{m_s h' (2C_{af}K_{SCBR,f} + 2C_{ar}K_{SCBR,r}) - uMC_t}{uMI_{sx}} \quad (51)$$

$$a_{41} = \frac{m_s h' (2C_{af} + 2C_{ar})}{uMI_{sx}} \quad (48)$$

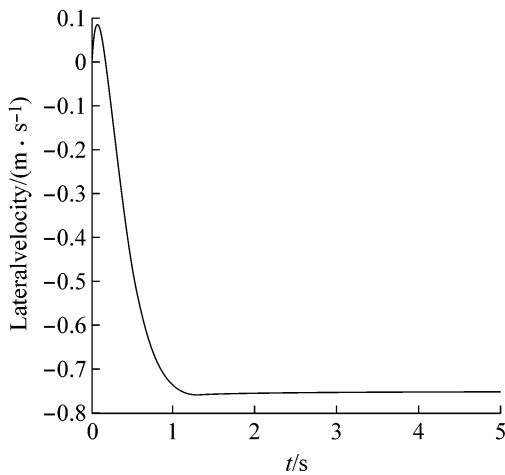
$$a_{42} = \frac{m_s h' (2aC_{af} - 2bC_{ar})}{uMI_{sx}} \quad (49)$$

3 仿真结果

在线性 2 自由度模型的基础上,增加了滚动运动分析,即 3 自由度模型的滚动运动。考虑到不同的汽车具有不同的横倾特性,横倾特性改变了计算

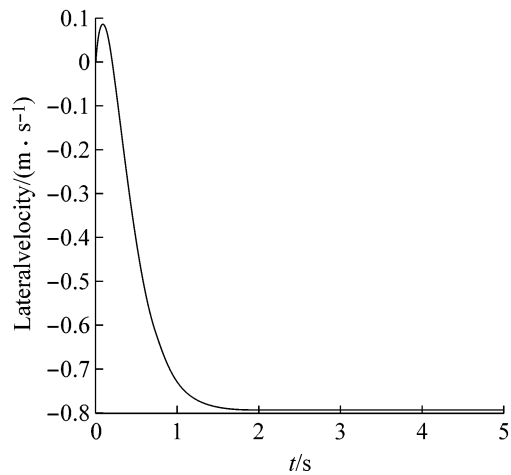
得到的过度转向系数。

如图 2(a)和图 2(b)结果说明,滚动运动在车辆的横向响应中起着关键作用,在仿真中,车辆的滚动运动会削弱车辆的横向响应^[9]。因此,2 自由度模型的侧向响应远强于 3 自由度模型。



(a)二自由度的横向速度图

(a) Bicycle lateral velocity



(b)三自由度的横向速度

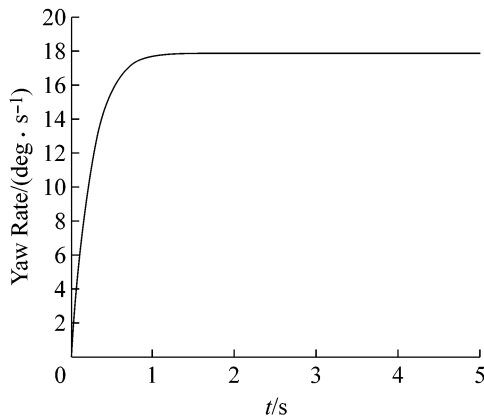
(b) 3 DOF lateral velocity

图 2 二/三自由度横向速度图

Fig. 2 Bicycle/3 DOF lateral velocity

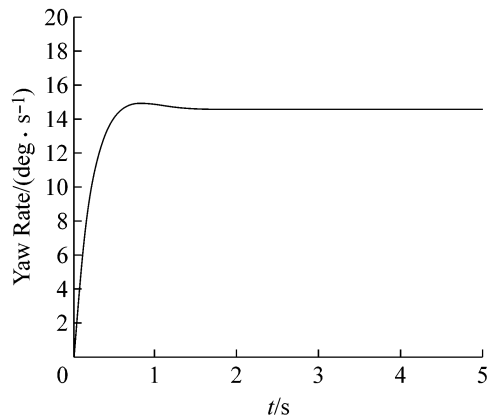
图 3(a)和图 3(b)结果说明,滚动运动在车辆的横摆响应中起着关键作用,在仿真中,车辆的滚动

运动会削弱车辆的横摆响应。因此,自行车模型的偏航响应远强于 3 自由度模型。



(a)二自由度的角速度

(a) Bicycle yaw Rate



(b)三自由度的角速度

(b) 3 DOF yaw Rate

图 3 二/三自由度横向角速度

Fig. 3 Bicycle/3 DOF yaw velocity

图 4(a)和图 4(b)结果说明,滚动运动在车辆横向加速度响应中起着关键作用,在仿真中,滚动横

摇运动会削弱车辆的横向加速度响应。因此,自行车模型的侧向加速度响应远强于 3 自由度模型。

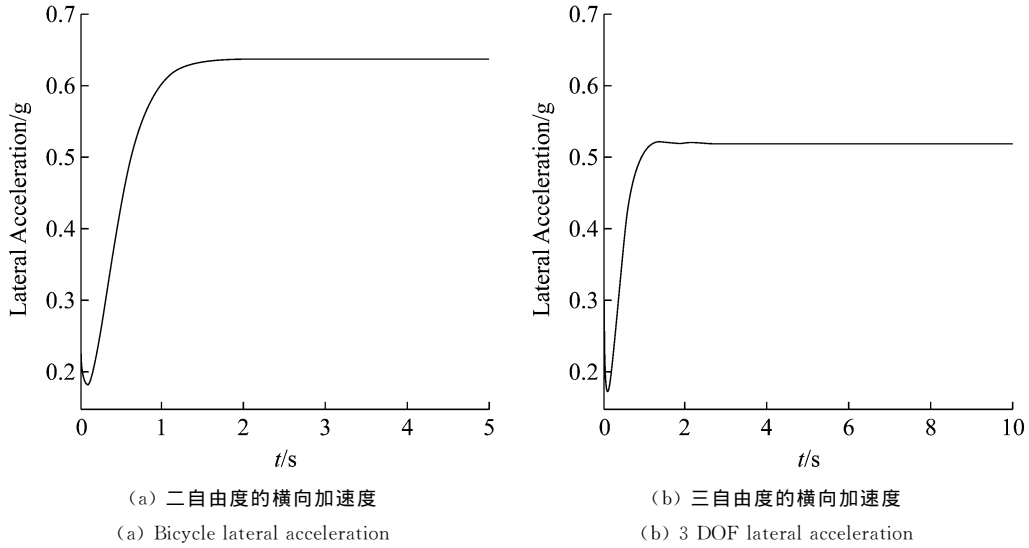


图 4 二/三自由度横向角速度

Fig. 4 Bicycle/3 DOF lateral acceleration

图 5(a)和图 5(b)结果说明,滚动运动在车辆动力学响应中起着关键作用,在仿真中,滚动运动会

削弱车辆的过度转向特性^[10]。因此,2 自由度模型的过度转向特性要比 3 自由度模型强得多。

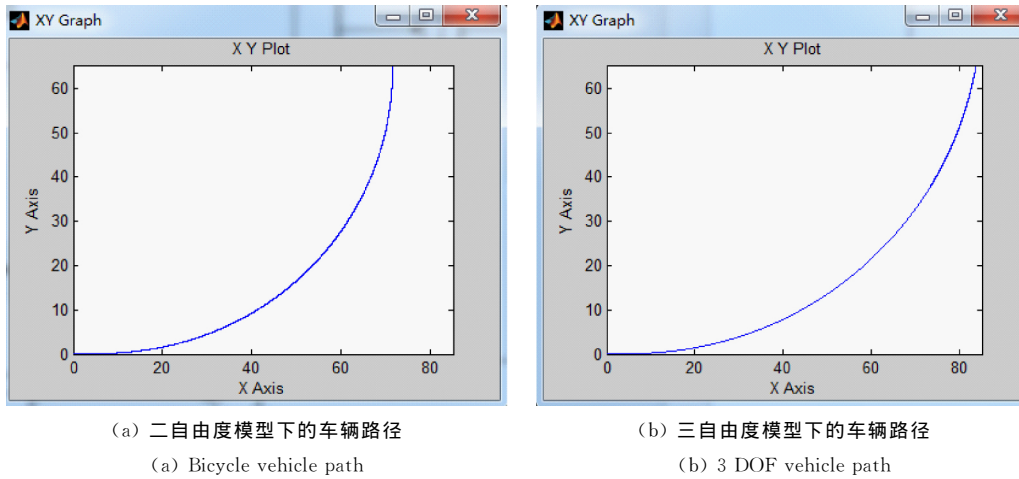


图 5 二/三自由度模型下的车辆路径

Fig. 5 Bicycle/3 DOF vehicle path

图 6(a)和图 6(b)结果说明,滚动运动在车辆侧滑响应中起着关键作用,在此仿真中,滚动运动会削弱车辆侧滑响应。因此,自行车模型的侧滑响应远强于 3 自由度模型。

由度模型的侧滑响应远强于 2 自由度模型。

图 7(a)和图 7(b)结果说明,滚动运动在车辆前胎侧滑响应中起着关键作用,在此仿真中,车辆的滚动运动可以增加车辆前胎侧滑响应。因此,3 自

图 8(a)和图 8(b)结果说明,滚动运动是车辆后胎侧滑响应的关键作用,在此仿真中,车辆的滚动运动会削弱车辆后胎侧滑响应^[11]。因此,二自由度模型后胎侧滑响应远强于 3 自由度模型。

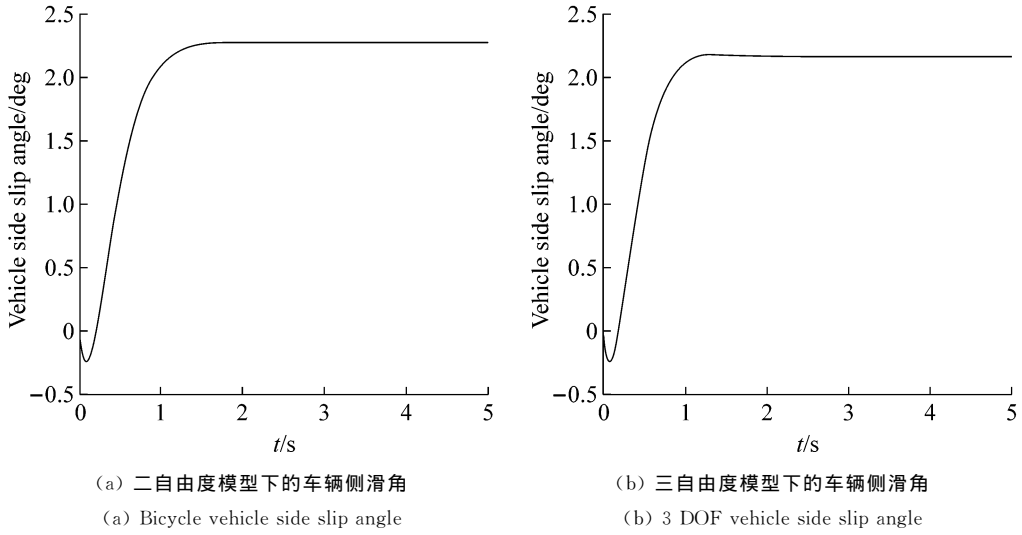


图 6 二/三自由度模型下的侧滑角

Fig. 6 Bicycle/3 DOF vehicle side slip angle

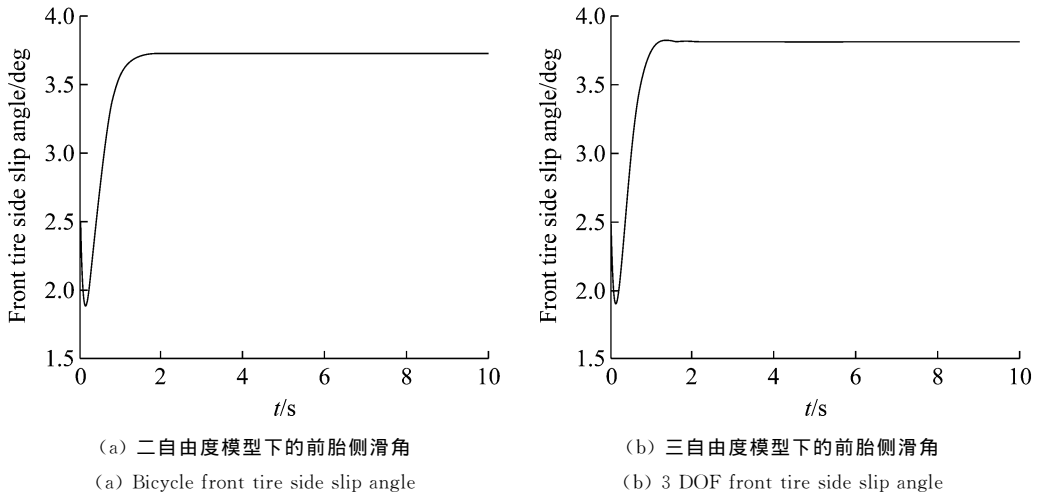


图 7 二/三自由度模型下的前胎侧滑角

Fig. 7 Bicycle/3 DOF front tire side slip angle

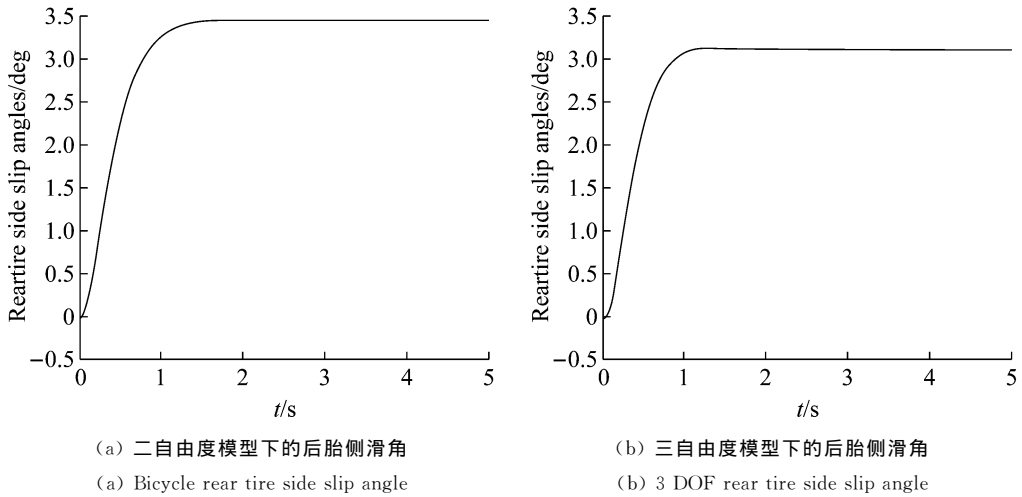


图 8 二/三自由度模型下的前胎侧滑角

Fig. 8 Bicycle/3 DOF rear tire side slip angle

4 结论

在车辆系统动力学中,滚动阻力运动、横摆运动、横向运动共同决定了车辆运动状态。偏航率、横向速度、侧向加速度、车辆过度转向、车辆侧偏角、前后轮胎侧滑角、横摇角、滚转角速度及 Wheels camber-by-roll 系数和 Wheels steer-by-roll 是车辆的运动状态的描述量。

EPS 功能开发过程中,充分了解了被控对象的动力学特性,更容易合理地根据整车属性匹配补偿功能,实现理想的驾驶平顺性和操纵稳定性目标。

参 考 文 献

- [1] THOMAS D. GILLESPIE. Fundamentals of Vehicle Dynamics[M]//Society of automotive Engineers, Warrendale, 1992, 275-307.
- [2] LEE J, CHANG S, KIM K, et al. Steering Wheel Torque Control of Steer-by-Wire System for Steering Feel[C]// WCX 2017; SAE World Congress Experience. 2017, doi:10.4271/2017-01-1567.
- [3] TIM KAUFMANN, SCOTT MILLSAP, BRIAN MURRAY, et al. Development Experience with Steer-by-Wire[J], SAE Technical Paper, 2001-01-2479.
- [4] TONG-JIN PARK, SE-WOOK OH, JAE-HO JANG, et al. The Design of a Controller for the Steer-by-Wire System Using the Hardware-In-the-Loop-Simulation System[J], SAE Technical Paper, 2002-01-1596.
- [5] YIXIN YAO. Vehicle Steer-by-Wire System Control [J], SAE Technical Paper, 2006-01-1175.
- [6] YANG SHENGBING, DEN CHUNAN, JI XUEWU, et al. Research on Road Feeling Control Strategy of Steer-by-Wire[J], SAE Technical Paper, 2007-01-3652
- [7] XIANG W, CHANGFU Z, HAITAO X, et al. Bilateral Control Method of Torque Drive/Angle Feedback Used for Steer-by-Wire System[J]. SAE International Journal of Passenger Cars Electronic & Electrical Systems, 2012, 5 (2): 479-485, doi: 10.4271/2012-01-0792.
- [8] TAO, WEINANGAO, BINGZHAOCHU, HONGQINGTIAN, et al. Studies on Steering Feeling Feedback System Based on Nonlinear Vehicle Model[J], SAE Technical Paper, 2017-01-1494, doi: 10.4271/2017-01-1494.
- [9] ZHENG H, HU J, YANG S. Variable Steering Ratio Design for Vehicle Steer-by-Wire System with Joystick [C]// SAE 2016 World Congress and Exhibition. 2016. , doi:10.4271/2016-01-0455.
- [10] YUYAO JIANG, WEIWEN DENG, SUMIN ZHANG, et al. Studies on Influencing Factors of Driver Steering-Torque Feedback, SAE Technical Paper, 2015-01-1498, doi:10.4271/2015-01-1498.
- [11] HONGYU ZHENG, CHANGFU ZONG, LIJIAO YU. Road Feel Feedback Design for Vehicle Steer-by-Wire via Electric Power Steering, SAE Technical Paper, 2013-01-2898.
- [12] FANG, G. CHEN, H. An ADAS-Oriented Virtual EPS Platform Based on the Force Feedback Actuator of the Steer-by-Wire System [J], SAE Technical Paper, 2016-01-1905, doi:10.4271/2016-01-1905.